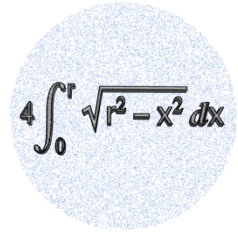


Frågor och exempel: Fibonaccis talföljd och populationsdynamik



Skapare: Kennet Tallgren, Tom Ahlberg, Marie-Helene Bernas-Otieno, Elin Laihorinne

Skapad hösten 2023.

Det här verket är licenserat med en [Creative Commons Erkännande 4.0 Internationell -licens](#).

Innehåll: Att bilda Fibonaccis talföljd och hitta ett samband mellan termer. Historisk översikt om Fibonaccis arbete och tillämpningar och samband med praktiska exempel inom populationsdynamiken.

Talföljder (Fibonacci), matematiska samband och grafisk framställning

Målgrupp: Studerande i högstadiet (årskurs 9), gymnasiet samt på yrkeshögskolenivå.

Förinformation: Eleven har baskunskaper i Excel, GeoGebra och i talföljder.

Inlärningsmål: Eleven lär sig skriva formler i Excel och lär sig användningsområden för Fibonaccitalföljden i verkligheten. Eleven introduceras även till det gyllene snittet.

Övriga mål: Att skapa intresse för matematiken och matematikens historia.

Fråga/Exemplets uppgiftstext:

- De första sex talen i Fibonacci-sekvensen är 1, 1, 2, 3, 5 och 8. Vilka är de 20 första talen i sekvensen?
- Fibonacci-sekvensen är en talföljd som börjar med 1 och 1, och där varje följande tal är summan av de två föregående talen. I den här uppgiften ska du använda en formel i Excel för att skapa en Fibonacci-sekvens.
- Beräkna i följande kolumn i kalkylbladet förhållandet mellan två element efter varandra.
- Rita upp början av Fibonaccis talföljd. Gör en anpassning av kurvan med Excel eller GeoGebra. Hittar du sambandet mellan exponentialfunktionen och förhållandet i föregående punkt?

Svar på frågan/Exemplets lösning:

- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765
- Följ dessa steg:
 - Skriv talet 1 i cell A1 och talet 1 i cell A2.

2. Skriv formeln $=A1+A2$ i cell A3 och tryck på Enter. Detta ger dig det tredje talet i Fibonacci-sekvensen, som är 2.
3. Klicka på det nedre högra hörnet av cell A3 och dra det nedåt för att fylla i fler celler med formeln. Detta ger dig de följande talen i Fibonacci-sekvensen.
4. Du kan fortsätta att dra formeln nedåt så länge du vill, eller tills du når gränsen för antalet rader i Excel.

C. Följ dessa steg:

1. Skriv in i cell B2: $=A2/A1$
2. Dra formeln nedåt.
3. Vad märker du angående det här förhållandet? Vi märker att förhållandet snabbt blir konstant. Det här sambandet är det så kallade gyllene snittet.

D. Vi märker att om vi anpassar en kurva så får vi en exponentialfunktion med gyllene snittet som bas.

Användningsområde:

När behöver man det här? (Standardfråga hos eleverna)

Fibonacci-talföljden har en viktig betydelse för utvecklingen av populationsdynamik, som är läran om hur populationer av djur, växter eller människor förändras över tid. Det var den italienske matematikern Leonardo av Pisa (Fibonacci) som på 1200-talet hittade på följden. Han studerade hur en population av kaniner växte under ett år. Han antog att varje par av kaniner födde ett nytt par varje månad i två månaders tid och blir köns mogna på två månader, och att inga kaniner dog. Han frågade sig hur många par av kaniner det skulle finnas efter ett år. Han kom fram till att svaret var det tolfte talet i Fibonacci-talföljden, som är 144. Han insåg också att kvoten mellan två på varandra följande tal i Fibonacci-talföljden närmar sig ett speciellt tal som kallas det gyllene snittet, som är ungefär 1,618. Det gyllene snittet har många intressanta egenskaper och förekommer ofta i naturen, konsten och arkitekturen.

Fibonacci-talföljden och det gyllene snittet kan användas för att beskriva och förutsäga många olika typer av populationsförändringar. Till exempel kan man använda Fibonacci-talföljden för att räkna ut hur många bin det finns i en bikupa, hur många blad det finns på en växt, eller hur många celler det finns i ett embryo. Man kan också använda det gyllene snittet för att mäta hur proportionerliga och harmoniska olika former och mönster är, till exempel ansikten, snäckskal eller solrosor.

Populationsdynamiken tillämpas idag inom många olika områden, till exempel ekologi, biologi, medicin, sociologi och ekonomi. Genom att studera populationsdynamiken kan man förstå hur olika faktorer, som födelse, död, migration, sjukdomar, resurser, konkurrens och samarbete, påverkar populationers storlek, struktur, variation och utveckling. Populationsdynamiken kan också hjälpa oss att lösa olika problem, som att bevara hotade arter, kontrollera skadedjur, sprida vacciner, planera städer eller optimera produktion.

Källor: Vi skapat texten med Bing Chat Enterprise 19.11.2023 och sedan modifierat den. Vi kollade även med Wikipedia och Mats Gyllenbergs presentation "Integralkvationer och populationsdynamik", Integraldagarna 17.11.2023, Helsingfors.