

# Peliteoria luento 3

May 21, 2016

- Mitkä ovat uskottavia tulemia? Ja miksi?
- Yksi päätösteoreettinen periaate on dominanssi.
- Kuten lähes kaikkia taloustieteessä kiinnostavia käsitteitä niitä on kahta lajia.
- Aito ja heikko dominanssi.
- Oletus talousyksiköiden rationaalisuudesta viittaa siihen, että aidosti dominoituja valintoja ei pitäisi tehdä.
- Jos näin oletetaan, voidaan iteratiivisesti eliminoida dominoituja strategioita/valintoja.
- Tämä ei johda yksikäsitteiseen tulemaan.
- Heikosti dominoituja strategioita/valintoja eliminoitaessa tulema saattaa riippua eliminointijärjestyksestä.
- Loppujen lopuksi dominanssi ei tarjoa vastausta siihen, mikä on pelin uskottava tulema.
- Jotta näitä asioita voidaan pohtia on harrastettava vähäsen mallintamista ja formalisoitava, mitä tarkoitetaan pelillä.

## Definition

Normaalimuodon peli on  $\Gamma = (N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$  missä  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  on pelaajien joukko,  $A_i$  on pelaajan  $i$  valintojen joukko ja  $u_i$  on pelaajan  $i$  hyötyfunktio.

- Se mikä tekee tästä pelin on hyötyfunktio  $u_i : A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n \rightarrow \mathbb{R}$ .
- Monesti merkitään  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n \equiv \times_{i \in N} A_i$ .

## Definition

Normaalimuodon pelissä  $\Gamma = (N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$  teko  $a \in A_i$  on aidosti dominoitu, jos on olemassa teko  $b \in A_i$  siten, että  $u_i(a, a_{-i}) < u_i(b, a_{-i})$  kaikille  $a_{-i} \in \times_{j \neq i} A_j$ .

## Definition

Normaalimuodon pelissä  $\Gamma = (N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$  teko  $a \in A_i$  on heikosti dominoitu, jos on olemassa teko  $b \in A_i$  siten, että  $u_i(a, a_{-i}) \leq u_i(b, a_{-i})$  kaikille  $a_{-i} \in \times_{j \neq i} A_j$  ja lisäksi ainakin yksi epäyhtälö on aito.

## Example

	A	B	C	D	E
a	3,1	4,4	9,0	7,4	2,5
b	10,6	3,6	9,2	8,2	3,3
c	2,1	2,1	4,2	9,2	9,4
d	7,2	0,5	3,8	8,8	3,9

Jos sallitaan vain aito dominanssi voidaan poistaa  $P2$ :n teot/valinnat C ja D.

## Example

(jatkuu) Jos myös heikko dominanssi sallitaan päädytään peliin

	<i>B</i>	<i>E</i>
<i>a</i>	4,4	2,5
<i>b</i>	3,6	3,3
<i>c</i>	2,1	9,4

- Arvaa  $2/3$  keskiarvosta-peli.
- Voitte valita numeron väliltä 0 ja 100.
- Lasketaan lukujen keskiarvo.
- Otetaan  $2/3$  tästä keskiarvosta.
- Pelaaja, joka arvaa lähimmäksi tätä lukua on voittaja.

- Selvästi kaikki lukua 67 suuremmat luvut ovat aidosti dominoituja.
- Heti kun tämä on selvää, eli kun eliminointia on tehty yksi kierros, havaitaan, että myös kaikki luvut, jotka ovat isompia kuin 45 ovat aidosti dominoituja.
- Tätä päättelyä jatkaen havaitaan, että kaikki luvut paitsi 0 ovat aidosti dominoituja.

## Example

Pelaajajoukko  $N = \{1, 2\}$  ja valintajoukot  $A_1 = A_2 = [0, 1]$ .  
Pelaajan  $i \in N$  hyötyfunktio on  $u_i : A_i \times A_j \rightarrow \mathbb{R}$  on

$$u_i(x, y) = x \text{ if } x < 1$$

$$u_i(1, y) = 0 \text{ if } y < 1$$

$$u_i(1, 1) = 1$$

Jokainen valinta paitsi 1 on aidosti dominoitu, joten  $(1, 1)$  on yksikäsitteinen Nash-tasapaino. Eliminoidaan kaikki aidosti dominoitut strategiat paitsi  $z < 1$ . Saadaan kahden Nash-tasapainon peli

	$z$	1
$z$	$z, z$	$z, 0$
1	$0, z$	1, 1



- Dominanssista, eikä monesta muustakaan periaatteesta, ole yleiseksi ratkaisuperiaatteeksi peleissä.
- Ne rajoittavat mahdollisia tulemia aivan liian vähän.
- Peliteoriassa ratkaisukäsitteeksi on vakiintunut Nash-tasapaino ja osa teoriaa keskittyy käsittelemään sen ominaisuuksia.
- Eivät nekään kaikin puolin tyydyttäviä ole kuten myöhemmin havaitaan.

## Definition

Normaalimuodon pelissä  $\Gamma = (N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N})$  valinnat  $a^* = (a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*)$  muodostavat Nash-tasapainon, jos kaikille pelaajille  $i \in N$  pätee  $u_i(a_i^*, a_{-i}^*) \geq u_i(b, a_{-i}^*)$  kaikille valinnoille  $b \in A_i$ .

- Yksi Nash-tasapainon hyvistä puolista on, että se on olemassa yhteiskuntatieteellisesti kiinnostavissa tilanteissa.
- Yksi sen huonoista puolista on, että Nash-tasapainoja on tyypillisesti lukuisia.

## Example

Edellä olevassa normaalimuodon pelissä

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
<i>a</i>	3,1	4,4	9,0	7,4	2,5
<i>b</i>	10,6	3,6	9,2	8,2	3,3
<i>c</i>	2,1	2,1	4,2	9,2	9,4
<i>d</i>	7,2	0,5	3,8	8,8	3,9

Nash-tasapainoja ovat  $(b, A)$  ja  $(c, E)$ .

- Arvaa  $2/3$  keskiarvosta-pelissä yksikäsitteinen Nash-tasapaino on  $(0, 0, \dots, 0)$ .
- Vangin ongelmassa Nash-tasapaino on  $(d, d)$ .
- Sukupuolten välisessä taistelussa on kaksi Nash-tasapainoa.
- Hirven metsästyksessä on kaksi Nash-tasapainoa.
- Haukka ja kyyhky pelissä on kaksi tasapainoa.
- Koordinaatiopelissä on kaksi tasapainoa.