

Kaksi jätkää ja kuningas

Avainsanat: todennäköisyys, Monty Hall -ongelma

Luokkataso: 3.-5. luokka, 6.-9. luokka, lukio

Välineet: Kaksi jätkää ja kuningas -pelikortit

Kuvaus: Tehtävässä tutustutaan todennäköisyyksiin kuuluisan Monty Hall – ongelman sovelluksen kautta.

Toteutusehdotus

Kaapo ja Topi pelaavat Kaksi jätkää ja kuningas -korttipeliä. Pelissä pöydälle asetetaan väärinpäin kolme korttia (2 jätkää ja 1 kuningas), joista pelaaja valitsee yhden. Tarkoituksena on yrittää löytää kuningaskortti, jolloin pelaaja voittaa kierroksen. Kun pelaaja on valinnut kortin, pelinjohtaja paljastaa jäljelle jääneistä korteista toisen jätjän. Tämän jälkeen pelaaja saa vaihtaa valitsemaansa korttia tai pysyä ensimmäisessä valinnassaan.



Kaapo ja Topi pelaavat peliä ensin kymmenen kierrosta niin, että Kaapo on pelaaja ja Topi pelinjohtaja. Tämän jälkeen he pelaavat uudet kymmenen kierrosta vaihtaen tällä kertaa rooleja niin, että Topi onkin pelaaja ja Kaapo pelinjohtaja.

Peli alkaa. Kaapo valitsee kolmesta kortista yhden ja Topi paljastaa, missä toinen jätkestä on, jolloin jäljelle jää kaksi korttia väärinpäin. Tämän jälkeen Topi kysyy, haluaako Kaapo vaihtaa korttiaan. Kaapo päättää pysytellä alkuperäisessä valinnassaan. Kaikki kymmenen kierrosta etenevät samaan malliin, Kaapo **ei vaihda koskaan** alun perin valitsemaansa korttia.

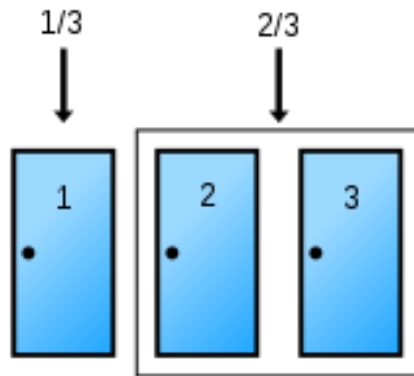


Seuraavaksi on Topin vuoro olla pelaaja. Hänkin valitsee ensin kolmesta kortista yhden, minkä jälkeen Kaapo paljastaa toisen jätkestä. Tämän jälkeen on siis mahdollista vaihtaa korttia. Topin taktiikka on, että hän **vaihtaa joka kerta** alun perin valitsemaansa kortin toiseen jäljelle jääneeseen.

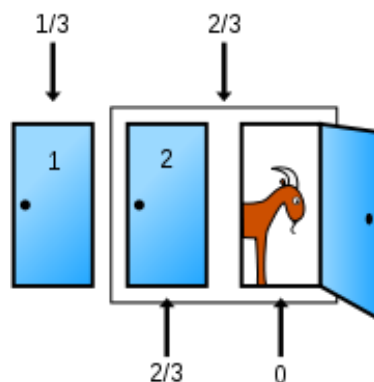
Kumman taktiikka tuottaa todennäköisesti enemmän voittoja?

Vastaus

Tehtävä perustuu amerikkalaiseen Monty Hall -ongelmaan. Siinä kahden oven takana on vuohi yhden auto. Kilpailija valitsee ensin kolmesta ovesta yhden, mutta ei vielä avaa sitä. Nyt kilpailun juontaja avaa jäljelle jääneistä ovista sellaisen, jonka takana on vuohi. Tässä kohtaa kilpailija voi vielä vaihtaa valitsemaansa ovea. Todennäköisyyksien perusteella hänen kannattaa se tehdä. Nimittäin todennäköisyys, että auto on kilpailijan ensiksi valitseman oven takana, on $\frac{1}{3}$ (kuva 1), mutta jos kilpailija vaihtaa ovea, hän voittaa auton $\frac{2}{3}$ todennäköisyydellä (kuva 2).



Kuva 1



Kuva 2

Siispä edellisessä kaksi jätkeä ja kuningas –esimerkissä Topin taktiikka on huomattavasti Kaapon taktiikkaa parempi.



Kuvitellaan sitten vielä tilanne, jossa ovia on huomattavasti enemmän. Esimerkiksi tilanteessa, jossa ovia on sata, kilpailija valitsee yhden oven ja kilpailun juontaja avaa jäljellä olevista 99 ovesta 98 ovea. Miten todennäköisyydet tällöin jakautuvat? Miten kilpailijan kannattaa valita?

