

Kolmion ja monikulmioiden kulmien summat

Avainsanat: geometria, kolmio, monikulmio, kulmien summa

Luokkataso: 6.-9. luokka

Välineet: paperia, kyniä, sakset, viivoitin

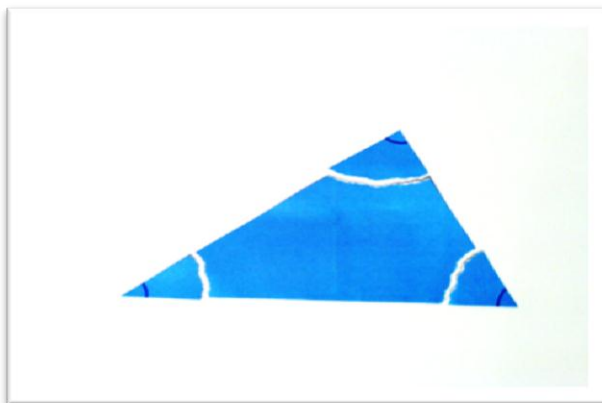
Kuvaus: Tehtävässä pyritään määrittämään kolmioiden ja monikulmioiden kulmien summa ilman kolmioviivainta. Tehtävä sopii erityisen hyvin johdannoksi tai todistamisen apuvälineeksi.

Toteutusehdotus

KOLMIO

Oppilaille jaetaan kaksi palaa paperia. Papereihin piirretään viivoittimen avulla keskenään erilaiset kolmiot ja merkitään niihin kulmien paikat selkeästi. Kolmiot leikataan irti paperista, jonka jälkeen yritetään keksiä erilaisia tapoja kyseisten kolmioiden kulmien summan määrittämiseen ilman kolmioviivainta. Eräs tapa on leikata kolmion kulmat irti ja asettaa ne vieretysten. Oppilaita voi auttaa tähän suuntaan vihjaamalla esimerkiksi palapelin idean hyödyntämisestä.

Molemmille kolmioille suoritetaan sama operaatio, jonka jälkeen verrataan niiden kulmien summia keskenään. Mitä havaitaan? Vertailu voidaan tehdä myös vierustoverin kolmioihin. Tarkoituksena on havaita, että kaikkien erilaisten kolmioiden kulmien summa todellakin on oikokulma eli 180° .



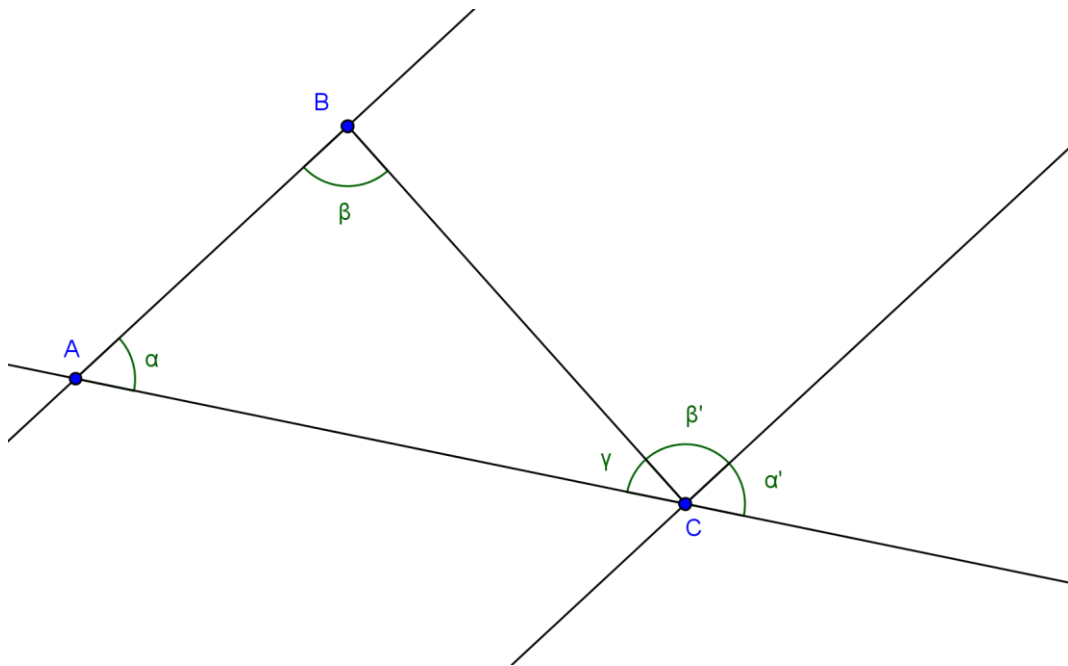
Kuvat: Summamutikka-keskus

Vinkki: Tehtävän voi suorittaa myös pienenä kilpailuna siten, että oppilaita pyydetään muodostamaan mahdollisimman suuri kulma kolmion kulumista. Lopuksi havaitaan



yhdessä, että kaikki saavat kolmion kulmien summaksi 180° riippumatta alkuperäisen kolmion muodosta tai koosta.

Kolmion kulmien summan voi todistaa esimerkiksi seuraavalla tavalla. Piirretään kolmio ABC ja merkitään sen kulmia α , β ja γ . Piirretään pisteen C kautta kulkeva suora, joka on yhdensuuntainen kolmion sivun AB kanssa. Nyt kulmat α ja α' sekä β ja β' ovat yhtä suuret, sillä yhdensuuntaisten suorien vastinkulmat ovat samat. Siispä $\alpha' + \beta' + \gamma = \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.



Kolmion kulmien summa on 180° .

MONIKULMIOT

Muodostetaan neljän hengen ryhmiä ja valitaan jokaiselle ryhmän jäsenelle eri monikulmio (esimerkiksi 5-, 6-, 7- ja 8-kulmaiset monikulmiot). Jaetaan paperit, joihin piirretään viivoittimen avulla oma monikulmio. Merkitään monikulmion kulmat selkeästi. Mietitään ryhmissä tapoja, joilla monikulmioiden kulmien summat saataisiin määriteltyä ilman kolmioviivainta.

Helpoin tapa määrittää n -kulmaisen monikulmion kulmien summa on jakaa monikulmio apuviivoilla kolmioihin. Tällöin apukolmioita tulee $n - 2$ kappaletta. Edellisen tehtävän perusteella tiedetään kolmion kulmien summan olevan 180° , joten monikulmion kulmien summa saadaan kertomalla 180° apukolmioiden lukumäärällä. Kirjataan lopuksi jokaisen ryhmän monikulmioiden kulmien summat taululle taulukoksi, mistä huomataan monikulmioiden kulmien summien säännönmukaisuus. Lisäksi taululla olevista tuloksista voidaan yhdessä pohtimalla selvittää monikulmioiden kulmien summan kaava $(n - 2) \cdot 180^\circ$, missä n on kulmien lukumäärä.

