

# Avaruuden muoto

Avainsanat: torus, Kleinin pullo, topologia

Luokkataso: 6.-9. luokka, lukio

Välineet: kyniä, pelilaudat (liitteenä)

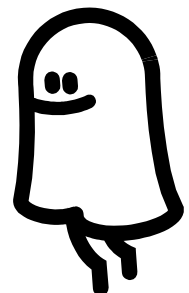
Kuvaus: Tehtävässä pohditaan avaruuden muotoa ja pelataan ristinollaa erilaisilla pinnoilla.

## Aluksi

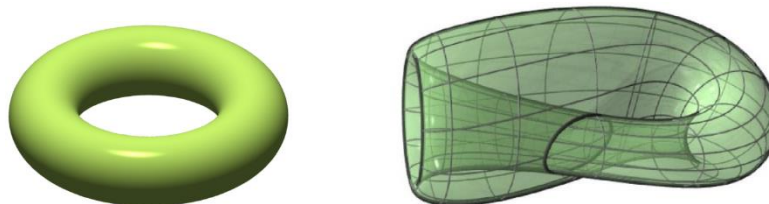
Olipa kerran Flatland, jossa asusteli kaksiulotteisia otuksia nimeltä lituskaiset. Lituskaiset uskovat, että maa on ääretön litteä taso. Eräänä päivänä yksi heistä lähtee seikkailulle etsiäkseen maailman reunaa. Lituskainen ottaa mukaansa ”tosi” pitkän sinisen lankakerän, jotta löytää kotiin. ”Haluan löytää maailman reunan ja osoittaa, ettei se ole ääretön!”, lituskainen pohtii.

Reunaa ei kuitenkaan löydy. Lituskainen kävelee suoraan pohjoiseen, mutta yllättäen maisemat alkavat näyttää tutulta. Lituskainen palaa takaisin kotiin kahden päivän kuluttua. Lituskainen tekee uhkarohkean väitteen: ”Flatland on pallo?” Häntä ei kuitenkaan uskota, vaan muut väittävät, että hän on kävellyt vinoon ja tehnyt ympyrän kulkiessaan.

Lituskainen ei lannistu, vaan lähtee uudelle retkelle mukanaan punainen lankakerä. Lituskainen lähtee länteen ja taas hän palaa idästä kotiin, mutta tällä kertaa vasta kahdeksan päivän kuluttua. ”En missään vaiheessa kohdannut sinistä naruani! Ja retkeni oli paljon pidempi kuin ensimmäinen! Flatland ei voi olla pallo”, lituskainen pohtii. Muut eivät taaskaan usko häntä, vaan väittävät hänen kävelleen kieroon. Vihdoin lituskaiset kuitenkin keksivät, että Flatland on munkkirinkilän muotoinen torus.



Lituskaiset päättävät tehdä vielä lisätutkimuksia ja lähtevät uudelle retkelle. Palattuaan retkeltään he huomaavat yhtäkkiä kääntyneensä toisin päin. Minkä muotoinen Flatland todellisuudessa on? Hetken pohdittuaan lituskaiset päättelivät, että Flatland on toruksen ja Kleinin pullon yhdistelmä.



Kuva 1. Torus ja Kleinin pullo

Vinkki: Lisätietoja aiheesta löytyy Jeffrey R.Weeksin teoksesta *The Shape of Space*.



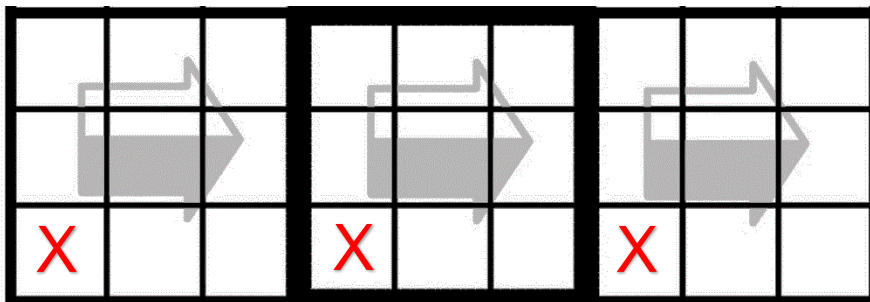
## Pelin kulku

Peliä pelataan parin kanssa niin kuin tavallistakin ristinollaa. Ennen pelin aloittamista pari sopii, kumpi käyttää merkinään ristiä ja kumpi nollaa. Sitten parit piirtävät vuorotellen oman pelimerkinsä paksuilla mustilla viivoilla merkittyyn 3x3-peliruudukkoon. Pelin voittaa se pelaaja, joka saa ensin piirrettyä kolme omaa merkkiään peräkkäin joko vaaka- tai pystysuoraan tai vinottain.

### Versio 1: Ristinollaa nauhalla

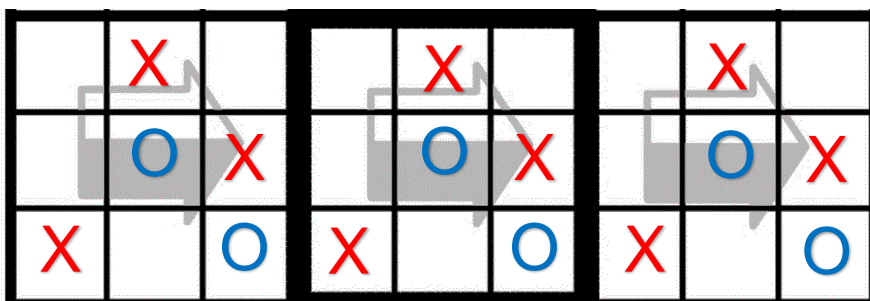
Ristinollaa nauhalla -versiossa pelilaudan kaksi vastakkaista sivua on teipattu yhteen. Nyt kun mennään laudalla oikean reunan yli, saavutaan takaisin vasemmalta reunalta. Pelilaudalla keskimäinen musta ruudukko on nyt peliruudukko ja sen ympärillä olevat ruudukot toimivat apuruudukkoina.

Kun piirrämme merkin peliruudukkoon, niin se kannattaa merkitä myös vastaaviin kohtiin apuruudukkoon. Jos esimerkiksi piirretään risti peliruudukon vasempaan alareunaan, se sijaitsee tällöin nuolen alkupäässä, mustalla puolella. Nuolia voidaan käyttää avuksi, kun ristejä piirretään apuruudukkoihin, eli piirretään risti myös apuruudukkoihin nuolen mustalle puolelle ja sen alkupäähän. (Kuva 2)



*Kuva 2. Merkki kannattaa piirtää peliruudukon lisäksi myös apuruudukkoihin.*

Esimerkki. Alla olevassa kuvassa 3 on kuvattu tilanne, jossa ristejä käyttävä pelaaja voittaa pelin, vaikka tavallisessa ristinollassa hän ei vielä saisikaan kolmen suoraa. Koska kuitenkin nauhassa kaksi vastakkaista sivua ovatkin vierekkäin, niin risteistä muodostuu kolmen suora.

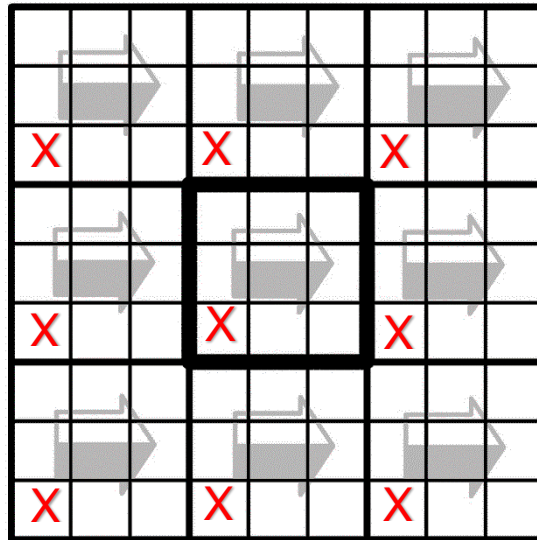


*Kuva 3. Ristejä käyttävä pelaaja voittaa pelin.*



### Versio 2: Ristinollaa toruksella

Ristinollaa toruksella -versiossa pelilaudan yläreuna on teipattu alareunaan ja vasen reuna oikeaan reunaan. Nyt kun mennään laudalla oikean reunan yli, saavutaan takaisin vasemmalta reunalta. Kun mennään puolestaan ylhäältä yli, saavutaan alhaalta takaisin. Tässä versiossa apuruudukoita on enemmän. Jokainen peliruudukkoon piirretty merkki kannattaa version 1 tapaan piirtää myös jokaiseen apuruudukkoon, jolloin on helpompi hahmottaa, milloin kolmen suora olisi tulossa täyteen (kuva 4). Piirtämisessä kannattaa hyödyntää taas pelialustaan merkittyjä nuolia.



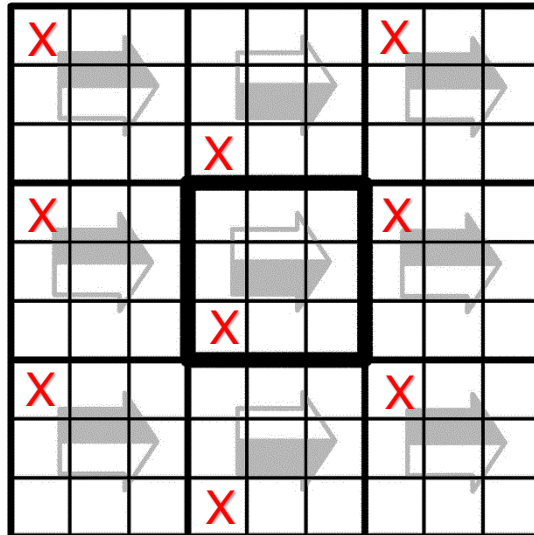
*Kuva 4. Peliruudukkoon piirretty merkki kannattaa piirtää myös kahdeksaan apuruudukkoon.*

### Versio 3: Ristinollaa Kleinin pullolla

Ristinollaa Kleinin pullolla -versiossa ristikon yläreuna on teipattu alareunaan, kuten torus-versiossakin, mutta vasen reuna onkin teipattu oikeaan reunaan kiertäen yhteen. Kun ylitetään yläreuna, saavutaan alhaalta takaisin. Kun mennään oikeasta yläreunasta yli, saavutaan vasemmasta alareunasta takaisin laudalle. Kuten edellisissäkin versioissa, jokainen peliruudukkoon piirretty merkki kannattaa piirtää myös jokaiseen apuruudukkoon.

Kleinin pullon tapauksessa apuna kannattaa erityisesti hyödyntää pelilaudalla olevia nuolia. Esimerkiksi piirretään risti peliruudukon vasempaan alareunaan, jolloin risti sijaitsee nuolen alkupäässä, mustalla puolella. Kun risti piirretään nyt apuruudukkoihin, täytyy olla tarkkana, että jokaisessa apuruudukossa risti on merkitty nuolen mustalle puolelle ja sen alkupäähän. (Kuva 5)





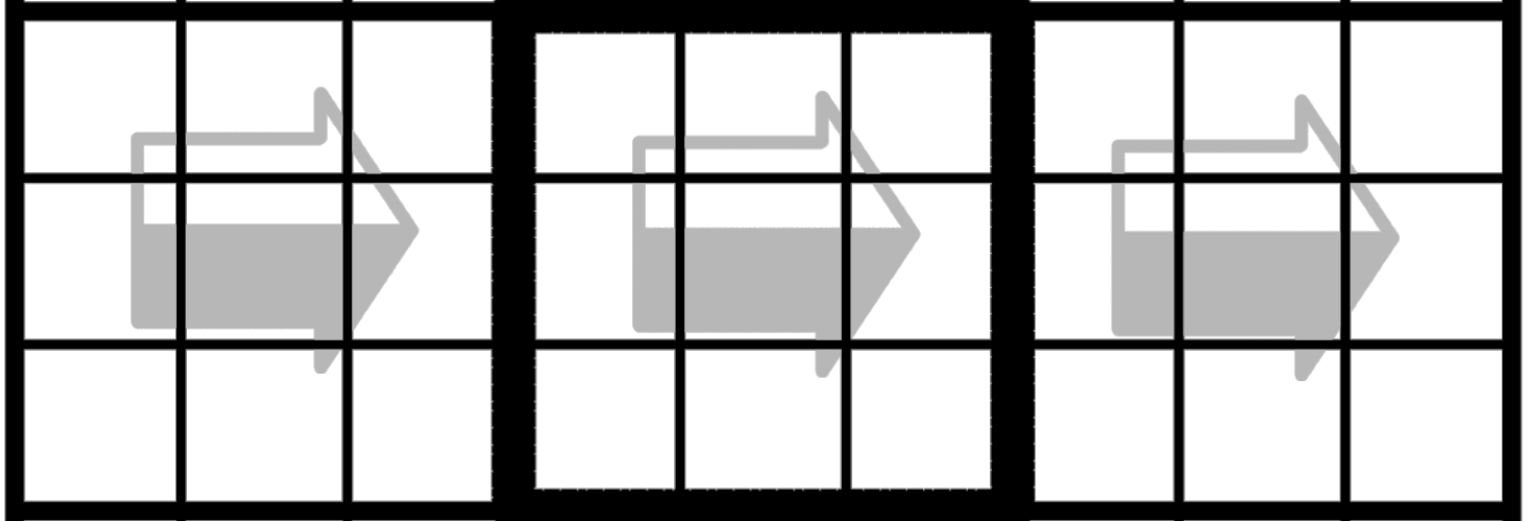
*Kuva 5. Kleinin pullolla pelatessa kannattaa erityisesti hyödyntää pelilautaan piirrettyjä nuolia.*

## Liitteet

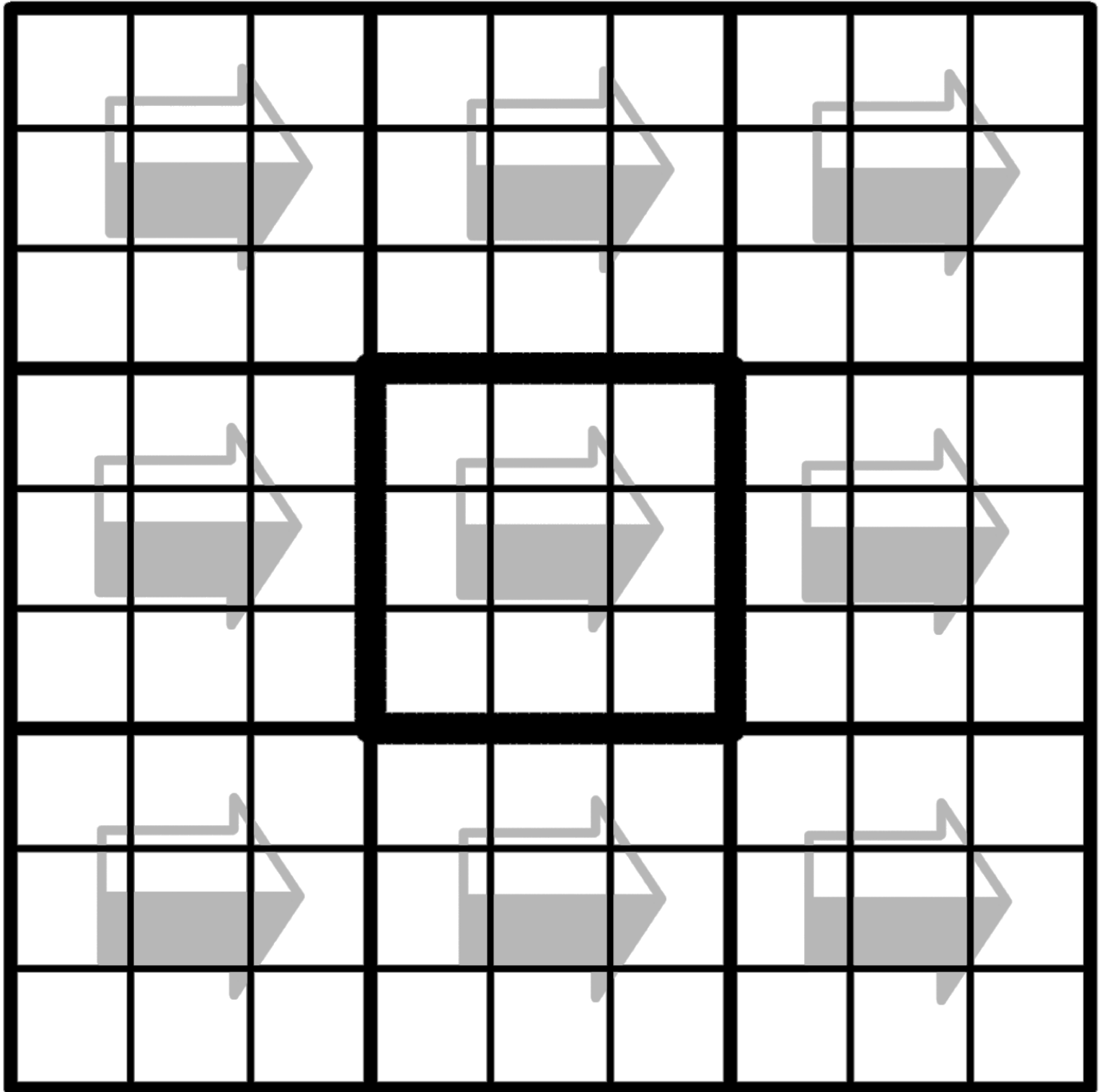
- Pelilauta: Ristinollaa nauhalla
- Pelilauta: Ristinollaa Toruksella
- Pelilauta: Ristinollaa Kleinin pullolla



## RISTINOLLAA NAUHALLA



## RISTINOLLAA TORUKSELLA



## RISTINOLLAA KLEININ PULLOLLA

